

DOI 10.26105/SSPU.2023.85.4.09

УДК 378.14:004.4

ББК 74.480.26с515

А.А. РАХИМОВ

**КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
КАК УСЛОВИЕ ПОВЫШЕНИЯ
ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБУЧЕНИЯ
ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ
В ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ**

A.A. RAKHIMOV

**COMPUTER SIMULATION AS A CONDITION
FOR INCREASING THE EFFICIENCY
OF TEACHING HIGHER MATHEMATICS
IN A TECHNICAL UNIVERSITY**

В статье рассматривается один из способов повышения эффективности преподавания высшей математики, изучается в техническом вузе с применением компьютерной технологии *Maple 18* как компьютерное моделирование. Использование процедур, некоторых функций программы и материалов повышает наглядность, впрочем, на наш взгляд, имеются и другие способы повышения эффективности обучения, которые обсуждаются в педагогической практике, но они широко не применяются на занятиях.

Пути изучения данной проблемы — анализ результатов обучения студентов технических вузов и педагогов, преподающих этот предмет с использованием компьютерного моделирования, которые заинтересовались повышением эффективности обучения и преподавания с использованием компьютерной программы *Maple 18*. В основе данного исследования процесс освоения знаний по высшей математике студентов-инженеров технического вуза с применением компьютерного моделирования.

Рассмотрены важнейшие этапы компьютерного моделирования и исследовательские вопросы при работе с будущими инженерами с целью проверки освоения учебного предмета на занятиях по высшей математике.

Чтобы улучшить уровень обучения, обосновывается использование метода компьютерного моделирования, в том числе программы *Maple 18*, отмечается целесообразность использования компьютерного моделирования и компьютерной программы *Maple 18*.

The article discusses one of the ways to improve the effectiveness of teaching higher mathematics, studied at a technical university using *Maple 18* computer technology as computer modeling. The use of procedures, some functions of the program and materials increases visibility, however, in our opinion, there are other ways to improve the effectiveness of teaching, which are discussed in pedagogical practice, but they are not widely used in the classroom.

Ways to study this problem are to analyze the learning outcomes of students of technical universities and teachers teaching this subject using computer modeling, who are interested in improving the effectiveness of teaching and learning using the *Maple 18* computer program. At the heart of this study is the process of mastering knowledge in higher mathematics of engineering students of a technical university using computer modeling.

The most important stages of computer modeling and research issues are considered when working with future engineers in order to test the development of an academic subject in higher mathematics classes.

In order to improve the level of training, the use of the computer modeling method, including the *Maple 18* program, is justified, the expediency of using computer modeling and the *Maple 18* computer program is noted.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: программа *Maple 18*, высшая математика, компьютерная технология, программа, технический вуз, методика обучения, активные методы обучения.

KEY WORDS: *Maple 18*, higher mathematics, computer mathematics, program, technical university, teaching methodology, active teaching methods.

ВВЕДЕНИЕ. Математика и компьютерное моделирование нужны в обычной жизни, как определённые научные качества необходимы человечеству. Людям приходится повседневно учитывать такие вещи в жизни, как, например, деньги, которые они ежедневно используют, часто не замечая этого, не задумываясь о количестве или параметрах обозначающих протяжённость площади, объёмов, промежуточных моментов, скорости и тому подобное. Эти понятия появились во время изучения арифметики и геометрии и будут необходимы человеку для ориентации в окружающем мире.

В нынешнее время проходит процесс создания и развития множества знаковых программ, с помощью которых выявляется многокомпонентное «информационное поле», представляющее собой особое информационное окружение множества людей. Так как возможности информационных технологий являются безграничными, определяется проблема информационной (коммуникативной) адаптации человечества.

Новое поколение осознало, что в будущем нельзя существовать без информатизации всех сфер человеческой деятельности. Поток информации, с которым ежедневно и ежедневно сталкивается человек, становится все более мощным. Быстро увеличивается поток информации, приводящий к тому, что со временем увеличивается разрыв между общим количеством знаний точных наук и отрезком, который усваивается в образовательном центре.

Математические знания и навыки необходимы почти во всех профессиях, прежде всего в тех, которые связаны с естественными науками, техникой и экономикой. Математика — это язык естествознания и техники, и поэтому профессии естествоиспытателя или инженера требуют серьёзного овладения многими профессиональными знаниями, построенными на математике [7, с.3].

Профессиональное, углублённое и качественное понимание учебного процесса и его содержания можно достичь, организовав небольшие элементы исследовательской работы, что подчеркивают авторы А.Л. Корелев и Паршукова [8, с. 115], Е.А. Пермин и В.А. Тестов [10]. Вместе с этим весьма актуальным вопросом является использование и применение на занятиях высшей математики компьютерного моделирования или компьютерной математики *Maple 18*. Например, И.Н. Симонова [13] рассматривает вопросы формирования и развития профессиональной компетентности студентов в условиях информационно-экологической образовательной среды технического вуза, И.А. Вархушева [2] исследует формирование математической направленности студентов технического вуза в процессе профессиональной подготовки, М.А. Слепцова [14] говорит о педагогической концепции организации электронного обучения в вузе, а М.В. Кадочников исследует модели, алгоритмы и программное обеспечение систем управления мехатронно-модульными работами с адаптивной кинематической структурой [7].

Ранее исследовательские вопросы применения компьютерных программ или же математического моделирования разрабатывались Шаталовым В.Ф., Хаитовой У.Х., Гаффаровим А. и другими. Ими были разработаны мультимедийное, электронное и математическое моделирование, применимые в высших учебных заведениях. Цели и задачи, поставленные ими, были достигнуты.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ. В естественных языках слово «система» используется как для обозначения объектов материального мира, так и при описании свойств математических объектов, в том числе и компьютерного моделирования. Под системой также понимают множество объектов, связанных между собой в устойчиво функционирующее целое.

По мнению А. Ф. Горшкова [4, с. 20], моделью называют объект, близкий к совершенству материальной формы, то есть это малая копия, которую используют для решения определённой проблемы с целью выявления новой информации и более глубокого изучения известной проблемы, которая полностью отображает все главные свойства и качества данного объекта. По предоставлению примера объектов проблемной среды модели можно разделять их на два вида: материальные (физические, химические, аналоговые, то есть существенные) и идеальные (мысленно-значимые). Также знаковые модели разделяются на подгруппы: графические (схематические), логико-описательные, математические, а также компьютерные. Нахождение математической модели или компьютерного моделирования, можно сформулировать следующим образом. Это такая модель, которая использует «для описания свойств и характеристик объекта или события математические методы и символы» [9, с.20], математическое моделирование между словесной, предметно-ориентированной постановкой задачи и программным обеспечением персонального компьютера (ПК).

Компьютерная модель — знаковая модель, записанная (без синтаксических ошибок) ее составителем в форме, которую компьютер способен распознать и преобразовать в электрические сигналы, произвести над ней арифметические и логические действия, а затем (с помощью обратного преобразования электрических сигналов в числовую и знаковую форму) выдать результат на языке, понятном человеку [4, с. 21; 5].

Очень полезной и актуальной в данное время является классификация математических моделей и компьютерное моделирование, в зависимости от методов их последующей реализации на компьютерах [3, с.26] (рис. 1).



Рис. 1. Классификация математических моделей по методам реализации

Математическая модель, а также компьютерное моделирование, по мнению Ю.Ю. Тарасевича [15] — это приближенное описание какого-либо класса явлений внешнего мира, выраженное с помощью математической символики. По мнению Ю.Ю. Тарасевича, обычно различают 3 типа математических моделей, которые показаны на рисунке ниже (рис. 2).

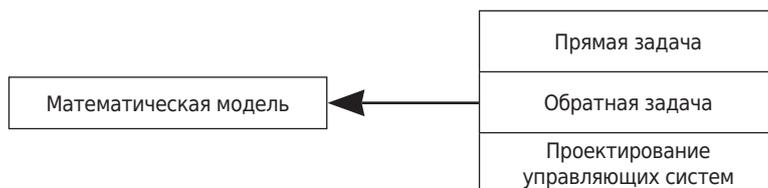


Рис. 2. Типы математических моделей

Анализируем все виды математической модели:

Явная задача, когда по данным локальным правилам (физическим, химическим, биологическим, экономическим и т. п), действующим внутри изученной программы, необходимо ответить на заданные вопросы, каким образом поведёт себя система целостно. Только тогда, все данные изученной программы известны и исследуется поведение модели в разнообразных ситуациях.

Противоположная задача — установление данных моделей с помощью сопоставления изученных параметров и ответов моделирования. В большинстве случаев реальные процессы, проходящие на изучаемом объекте, неизвестны, но имеются косвенные наблюдения.

Проектирование управляющих программ — это усовершенствованная часть моделирования, в котором проходит дело с автоматизированными информационными системами и автоматизированными системами управления.

Построение математических этапов показано на рисунке ниже (рис. 3).



Рис. 3. Этапы математической модели

Создание математической модели на этом этапе изменило наше представление о том, что же происходит в системе, оно обретают математическую формулировку. Математическое выражение изучаемых процессов может быть и системой уравнений, и дифференциальным уравнением, и набором правил. Если модель описывается дифференциальными уравнениями, то такая модель называется дифференциальной.

Под созданием и реализацией программы понимается ввод и накопление результатов. На этом этапе происходит обоснование модели, то есть подтверждение того, что полученное решение является разумным и достаточно точным. Для этого проводится сопоставление полученных данных с результатами качественного анализа. Если результаты неудовлетворительны, то приводится модификация модели.

Использование компьютерной технологии и компьютерное моделирование на занятиях высшей математики, прежде всего, связано как с повышением эффективности преподавания дисциплины и проявление интересов студентов технических вузов, так и с высшей математикой в целом. Однако применение и использование компьютерных программ могут существенно облегчить работу, повысить мотивацию обучающихся при опоре на метод управления переключения внимания студентов и преподавателя во время учебных занятий.

Разработаны различные методические рекомендации и практикумы для проведения занятий по высшей математике с использованием компьютерных программ, в том числе с программой *Maple 18*. Имеется много различных программ для компьютерного применения, однако, на наш взгляд, программа *Maple 18* является более удобной для использования, с легким языком и понятным интерфейсом для студентов, а также и для преподавателей.

В политехническом институте города Худжанда проведение таких занятий, т.е. компьютерное применение, на кафедре высшей математики и физики внедряется и использует-

ся по инициативе доцентов Г.А. Раджабой, С.Г. Гуломнабиева и А.А. Рахимова начиная с 2012 года. Общая схема проведенных занятий с использованием компьютерной технологии, передача информации на лекциях, практических занятиях и на самостоятельных работах приведена ниже (рис 4).

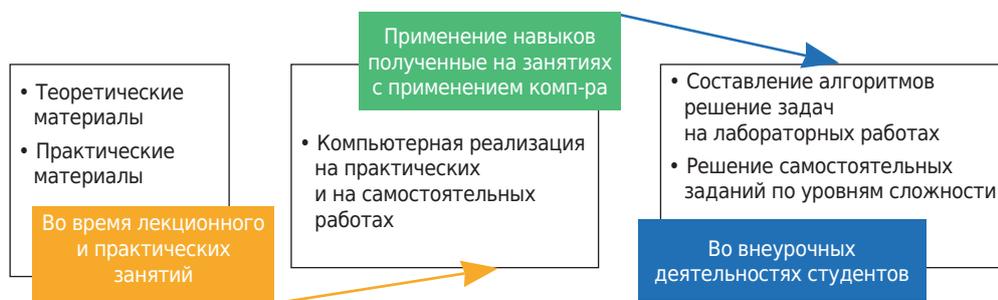


Рис. 4. Передача информации на занятиях и на самостоятельных работах

Источником информации на лекционных и практических занятиях, а также на лабораторных занятиях является лектор или преподаватель, ведущий практические занятия, который представляет нужную информацию (лекции, примеры, алгоритмы и модели), применяемую на практических или на лабораторных занятиях, а студенты в свою очередь записывают эту информацию в своих конспектах. Ведение рабочих тетрадей или конспектов лекций помогают студентам сохранять концентрацию внимания и восприятие логики изложения учебного материала на занятиях. Полученные материалы на лекциях и на практических занятиях студенты применяют на лабораторных занятиях, самостоятельных работах, также знакомятся с элементами компьютерного моделирования, т.е. компьютерных программ и переходят в категорию новых знаний. После окончания нового материала студентам индивидуально по способностям их знаний раздаются самостоятельные работы по трем уровням сложности, выполняемые в письменной форме, также ими составляются алгоритмы решения в программе *Maple 18*, обработка заданий производится в этой среде. Выполнение заданий оформляется на листе А4, они сдаются преподавателю на проверку. После одобрения, т.е. при правильности оформления и решения заданий, в определённый срок каждый студент защищает свои индивидуальные самостоятельные работы.

Для повышения эффективности обучения высшей математике с применением компьютерного моделирования рассмотрим тему «Дифференциальные уравнения первого порядка», а в качестве моделирования возьмем программу *Maple 18*.

Программа Maple довольно широко распространена для таких категорий пользователей, как студенты и преподаватели вузов, инженеры, аспиранты, научные работники и даже учащиеся математических классов общеобразовательных и специальных школ. Все найдут в Maple многочисленные достойные для применения преимущества [5, с.20].

Важное место в математических расчетах и вычислениях занимает решение дифференциальных уравнений. К нему обычно относится анализ проведения систем во времени, а также различных физических понятий, в том числе, тяготение и электрические заряды. Рассмотрим три задачи с повышенными сложностями с подробными решениями, а также с компьютерным применением.

Пример 1. Решить дифференциальное уравнение 1-го порядка: $y' = ax$ [5, с.435]

Решение: Данная задача относится к задаче первого уровня сложности по типу, решение которого все студенты смогут решать, т.е. отнесём эту задачу к базовому уровню по высшей математике. Рассмотрим 3 этапа решение этой задачи:

- 1) первый этап решение этого примера. Заданное дифференциальное уравнение является, простым обыкновенным, для решения которого нужно будет проинтегрировать относительно переменной x , т.е. Заданное уравнение является, уравнением с разделяющимися переменными:

$$\frac{dy}{dx} = ax, \text{ так как } y' = \frac{dy}{dx}; dy = ax dx; \int dy = \int ax dx;$$

$$y = \int ax dx; y = \frac{1}{2} ax^2 + C; \quad \text{Ответ: } y = \frac{1}{2} ax^2 + C$$

- 2) вторым этапом решение заданного примера является составление алгоритма решения этой задачи, т.е. какие операторы нужны использовать для решения этой задачи: Так, как это задача простая, являющиеся первым уровнем сложности, поэтому используется линейный алгоритм т.е. очень простой алгоритм.
- 3) третьим этапом решения данной задачи является компьютерное моделирование. Для моделирования этой задачи будем использовать программу *Maple 18*. С помощью этой программы мы будем сравнивать решения этой задачи, рассмотренные в первом этапе решения:

Для решения дифференциальных уравнений и системы простых дифференциальных уравнений (Задачи Коши) используется функция `dsolve` в разных формах записи:

`dsolve (ODE)`

`dsolve (ODE, y(x), extra_args)`

`dsolve ({dsolve, ICs}, y(x), extra_args)`

`dsolve({sys ODE, ICs}, {funcs}, extra_args)`

Здесь ODE — одно обыкновенное дифференциальное уравнение или система из дифференциальных уравнений первого порядка с указанием начальных условий, $y(x)$ — функция одной переменной, ICs — выражение, задающее начальные условия, {sysODE} — множество дифференциальных уравнений, {funcs} — множество неопределенных функций, `extra_args` — опция, задающая тип решения.

Запускаем программу *Maple 18* в активном режиме (рис. 5):

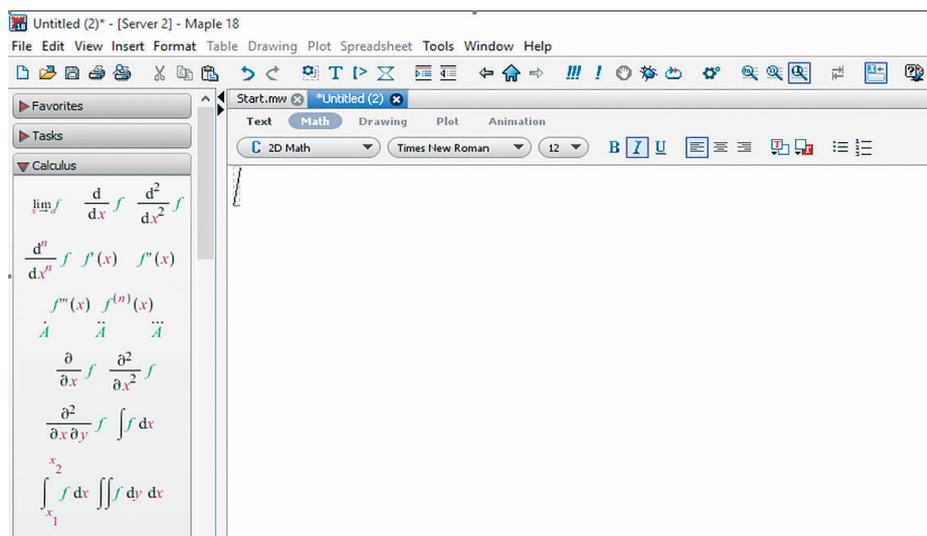


Рис. 5. Запуск программы Maple 18

Ввод и решение дифференциального уравнения показано ниже (рис. 6).

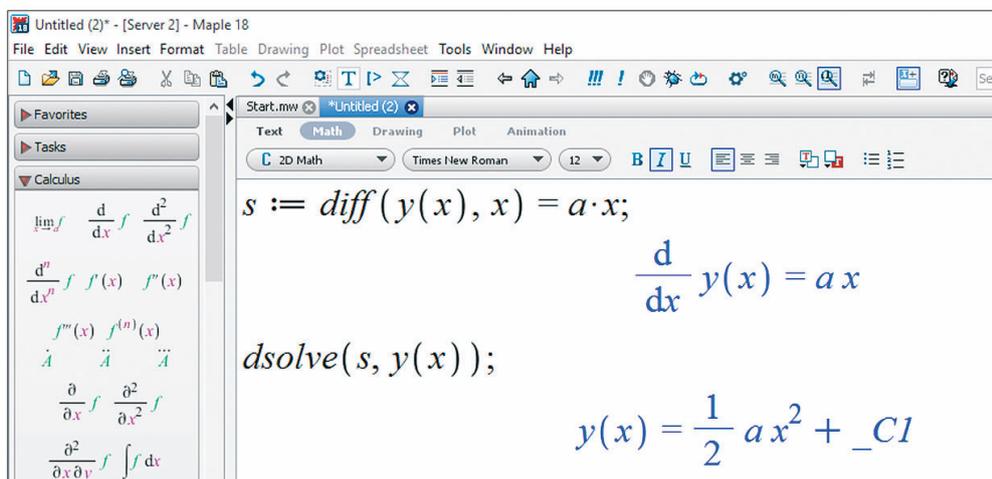


Рис. 6. Ввод и решение примера 1 в среде программы Maple 18

Итак, из рисунка 6 следует, что решение соответствует решению на 1 этапе решения этой задачи. Рассмотрим второй пример, по среднему уровню сложности. Этим критериям соответствуют студенты, которые имеют базовые знания и имеют логическое мышление:

Пример 2. Решить задачи Коши для заданного дифференциального уравнения [16, с.65]:

$$y' - y \operatorname{ctgx} = \sin x, y \Big|_{\frac{\pi}{2}} = 1 \quad (1)$$

Решение:

1) Первый этап решения этого примера таков, что нужно сначала найти общее решение методами Бернулли либо Лагранжа и по начальным заданным условиям. Найдем общее решение уравнения методом замены переменной:

$$y = uv; y' = u'v + v'u, \text{ получим } u'v + v'u = \sin x, \text{ или}$$

$$u'v + u(v' - v \cdot \operatorname{ctgx}) = \sin x; \text{ выберем } v \text{ так, чтобы } \frac{dv}{dx} - v \operatorname{ctgx} = 0$$

Находим $\frac{dv}{dx} = v \operatorname{ctgx} dx, v = \sin x$; Подставляя в уравнение (1) значение v ,

$$\text{получим } \sin x \cdot \frac{du}{dx} = \sin x; du = dx; u = x + C;$$

Общее решение будет $y = (x + C) \sin x. (2)$

$$\text{Подставляя начальные условия в решение (2) получим } C = 1 - \frac{\pi}{2} = \frac{2 - \pi}{2}.$$

Итак, частное решение уравнения имеет следующий вид:

$$y = -\frac{1}{2} \sin x (-2 + \pi - 2x)$$

- 2) Вторым этапом решения этой задачи может быть как простой алгоритм, но в этом этапе также существует условие отличие от простого. В этом алгоритме имеются под разделы на компьютерном языке, которые называются разветвлением, а также дополнительные условия.
- 3) Третьим этапом решения данной задачи является компьютерное моделирование или же компьютерная обработка задачи. С помощью этой программы мы будем сравнивать решения этой задачи, которое рассмотрено в первом этапе решения: Запускаем программу и вводим необходимую информацию, для сравнения полученных ответов в среде *Maple 18*. Результат этого действия показан на рисунке ниже (рис. 7).

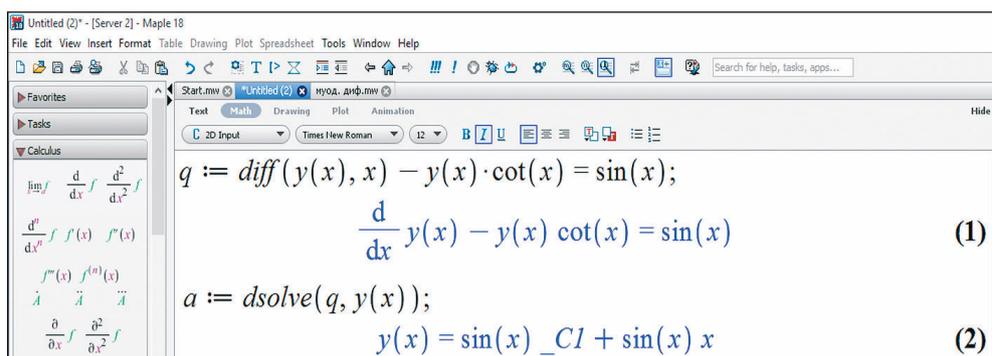


Рис. 7. Математическое моделирование примера 2 в среде *Maple 18*

Из рисунка 7 видно, что мы нашли общее решение дифференциального уравнения, теперь, зная начальные условия, найдем частное решение уравнения или решим задачу Коши в среде программы *Maple 18*, а также будем использовать, помимо функции *dsolve*, функцию *factor* — позволяющую вынести общий множитель за скобкой в конце полученного ответа (рис. 8).

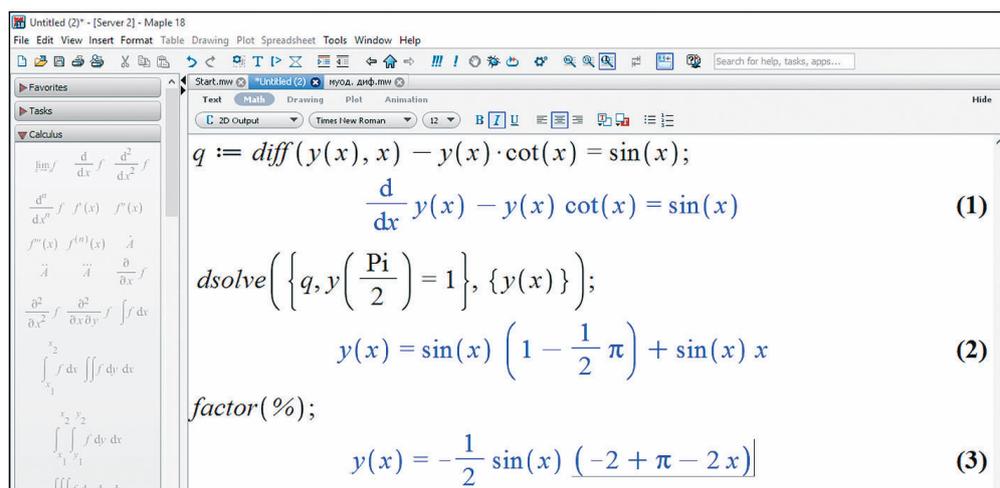


Рис. 8. Математическое моделирование примера 2, решение задачи Коши в среде *Maple 18*

Из рисунка 8 следует, что решению соответствуют общие и частные решения, сделанные на 1 этапе решения задачи Коши. Рассмотрим третий пример по уровню сложности, который является сложным, т.е. для решения этой задачи необходимо использовать также теоретические знания и применяющие задачи в какой-нибудь области науки. Этим критериям соответствуют студенты, которые имеют базовые знания, логические, а также смогут применять в прикладных задачах:

Пример 3. Точное решение задачи о маятнике [5, с. 20].

После качественного анализа уравнения $\varphi'' + \omega^2 \sin \varphi = 0$ (3) найдем точное решение. Полная механическая энергия W системы складывается из кинетической энергии:

$$W = W_k + W_p = \frac{J\dot{\varphi}^2}{2} + mgl(1 - \cos\varphi) \quad (4)$$

или

$$mgl(1 - \cos\varphi_{\max}) = \frac{J\dot{\varphi}^2}{2} + mgl(1 - \cos\varphi) \quad (5)$$

Заметим, что при дифференцировании уравнения (4) получается уравнение (4). Естественно, уравнение движение системы не может зависеть от того, как оно получено, из уравнений динамики или из закона сохранения энергии.

Выражая из (5) $\dot{\varphi}$ имеем $\dot{\varphi} = \pm \sqrt{\frac{2mgl}{J} (\cos\varphi - \cos\varphi_{\max})}$.

Выбор знака перед корнем определяется тем, что рост угла приводит к уменьшению скорости $\dot{\varphi}$, то есть $\dot{\varphi} < 0$. Разделяя переменные и интегрируя, получаем:

$$t = -\sqrt{\frac{J}{2mgl}} \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\sqrt{\cos\varphi - \cos\varphi_{\max}}} \quad (6)$$

Для проведения преобразований уравнения (6) введем следующие обозначения

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{2mgl}} k = \sin\varphi/2$$

и перейдем к тригонометрическим функциям половинного аргумента:

$$\cos\varphi = 1 - 2\sin^2 \frac{\varphi}{2}$$

$$\cos\varphi_{\max} = 1 - 2\sin^2 \frac{\varphi_{\max}}{2}$$

тогда

$$t = -\frac{T_0}{4\pi} \int_{\varphi}^{\varphi_{\max}} \frac{d\varphi}{\sqrt{k^2 - \sin^2 \frac{\varphi}{2}}} \quad (7)$$

Сделаем замену переменных $\sin \frac{\varphi}{2} = \sin\varphi$ (8)

тогда

$$d\varphi = \frac{2k\cos v dv}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 v}} \quad (9)$$

$$\varphi_{\max} \rightarrow \frac{\pi}{2} \quad \varphi \rightarrow v = \arcsin\left(\frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi_{\max}}{2}}\right) \quad (11)$$

и интеграл преобразуется к виду

$$t = \frac{T_0}{4\pi} \int_v^{\pi/2} \frac{2k\cos v dv}{k\cos\sqrt{1 - k^2 \sin^2 v}} \frac{T_0}{2\pi} \int_v^{\pi/2} \frac{dv}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 v}} = F(k, \frac{\pi}{2}) - F(k, v) \quad (12)$$

$$F(k, v) = \int_{\pi/2}^v \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}}$$

Эллиптический интеграл 1 рода.

$$\text{Таким образом, } t = F(k, \frac{\pi}{2}) - F(k, \theta); \quad \theta = \frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi_{\max}}{2}}$$

И мы получили неявную зависимость координаты тела от времени. Функции, обратные к эллиптическим интегралам, называются эллиптическими функциями или функциями Якоби. Через них может выражена зависимость $\varphi(t)$

Теперь переходим к компьютерному модулированию этой задачи. Также с помощью компьютерной программы можно показать графики полученных функций. Для этого запускаем программу *Maple 18* и вводим нужные данные (рис. 9, 10).

The screenshot shows the Maple 18 software interface with the following mathematical expressions entered:

$$\begin{aligned} > \phi := -\sqrt{\left(\frac{2 m \cdot g \cdot l}{J \cdot \cos(\varphi)} - \cos(\varphi)_{\max}\right)}; \\ & \phi := -\sqrt{\frac{2 m g l}{J \cos(\varphi)} - \cos(\varphi)_{\max}} \quad (1) \\ > t := \sqrt{\frac{J}{2 \cdot m \cdot g \cdot l}}; \\ & t := \frac{1}{2} \sqrt{2} \sqrt{\frac{J}{m g l}} \\ & \frac{1}{\sqrt{\cos(\varphi) - \cos(\varphi)_{\max}}} \quad (2) \\ > a := \frac{1}{\sqrt{\cos(\varphi) - \cos(\varphi)_{\max}}}; \\ & a := \frac{1}{\sqrt{\cos(\varphi) - \cos(\varphi)_{\max}}} \quad (3) \end{aligned}$$

Рис. 9. Решение примера 3 (первый шаг) в среде Maple 18

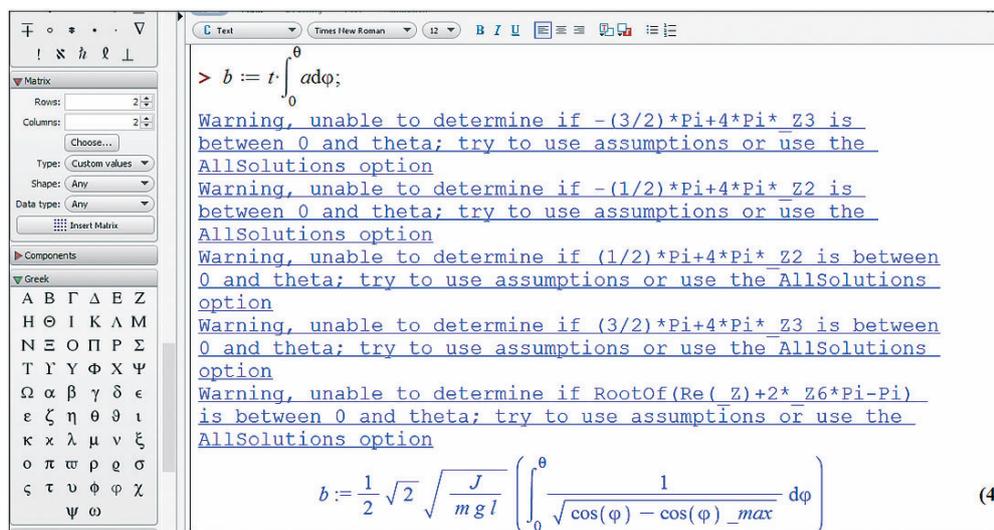


Рис. 10. Решение примера 3 (первый шаг) в среде Maple 18

Для закрепления материала студентам предложим самостоятельные работы в трех уровнях сложности, начиная от простого до сложного. Это позволяет студенту, в соответствии со своим уровнем знаний, выполнять эти задания.

Задания для первого уровня сложности.

1. Показать, что заданная функция является решением уравнения (1)

$$y = x e^{-x^2/2}$$

$$x y' = (1 - x^2) y \quad (1)$$

2. Решить задачу Коши или найти общий интеграл уравнения:

$$a) y' = x^2 + x - e^x; y(0) = 1 \quad б) y' = 2 \cos^2 x - x^2 + x$$

Задания для второго уровня сложности.

3. Найти общее решение уравнения:

$$y' = \frac{\ln x}{x \sin^2(\ln x)} + e^x$$

4. Проинтегрировать уравнения: $x\sqrt{1+y^2} + y y'\sqrt{1+x^2} = 0$

Задания для третьего уровня сложности.

5. Найти общее решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными:

$$\frac{\cos \arcsin y}{\sqrt{1-y^2}} dy = + \sin^2 x \cdot \cos x dx$$

6. Решить дифференциальное уравнение подстановкой: $t = \frac{y}{x}$

$$\frac{x dy - y dx}{xy} = 2 \sin x \ln^2 \frac{y}{x} \cos x dx$$

РЕЗУЛЬТАТЫ. Исследования проводились нами с 2021 г. и продолжаются по настоящее время со студентами, обучающимися по профилям подготовки 40.01.02 «Информационные системы в экономике» и 40.01.01 «Программное обеспечение информационной технологии и автоматизированных систем». В наших условиях в исследовательской части научной работы группы не разделились на контрольную и экспериментальную, так как все студенты должны были обучаться по общей и единственной программе и оцениваться по 10-и балльной шкале. Сравнение результатов осуществлялись с 2021 г. и по результатам 2022 г. учебного года по дисциплине «Высшая математика».

Результаты повышения эффективности обучения высшей математике с использованием компьютерного моделирования с помощью программы *Maple 17* и программы *Maple 18*. В 2021 году вышеперечисленные группы обучались по программе *Maple 17*, а в 2022 году эти группы обучались с новой версией компьютерного моделирования *Maple 18*.

Оценка результатов обучения проводилась в очной форме обучения для студентов в рамках рейтинговой-балльной системы обучения, которая учитывала работу студента в одном семестре. Учитывалась активность при обсуждении результатов, полученных на основе компьютерных экспериментов, выполнение исследовательских заданий, что показывало уровень освоения компетенций этого предмета.

Показаны сравнительные результаты обучения высшей математике, по сдаче контрольных письменных работ с использованием компьютерного моделирования или компьютерной программы *Maple 17* и *18* для обязательного учебного предмета за 2021 и 2022 учебного года для студентов 1-го курсов специальностей 40.01.01 и 40.01.02 (табл. 1).

Таблица 1. **Рейтинговая система оценки студентов по освоению материала по высшей математике с применением компьютерной программы Maple**

№	Специальность (бакалавриат)	Учебный год	Рейтинговая система оценивания, количество студентов											Всего студентов
			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	Программное обеспечение информационной технологии и автоматизированных систем — 40.01.01	2021	0	0	1	3	5	8	3	3	4	1	0	28
2	Информационные системы в экономике — 40.01.02	2021	1	0	2	4	8	4	5	2	2	0	2	30
3	Программное обеспечение информационной технологии и автоматизированных систем — 40.01.01	2022	1	0	0	1	3	2	5	4	4	3	4	27
4	Информационные системы в экономике — 40.01.02	2022	1	0	0	0	2	4	5	6	4	4	5	31

Из рисунка 11 видно, что с применением новой версии компьютерного моделирования студенты обеих специальностей получили хорошие результаты, по сравнению с результатами 2021 года и 2022 года. Проходные отметки студентов по предмету составляют отметки от 3 баллов включительно. Если распределить отметки на удовлетворительные (от 3 до 5), хорошие от (6 до 8) и отличные от (9 до 10), то получили следующие результаты в % отношении, которые приведены в табл. 2 с диаграммой на рис. 12.

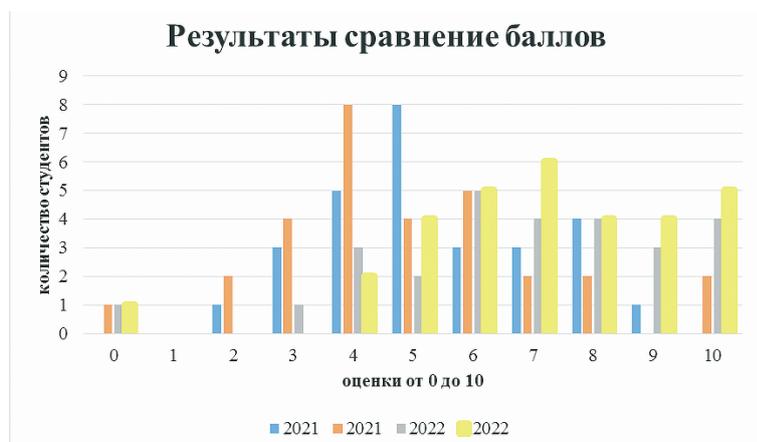


Рис. 11. Диаграмма сравнения отметок студентов

Таблица 2. Процентное соотношения усвоение программы студентов по высшей математике

№	Специальность	Учебный год	Отметки от 0 до 2 (неудов.)	Отметки от 3 до 5 (удов.)	Отметки от 6 до 8 (хорош.)	Отметки От 9 до 10 (отл.)	Всего студентов
1	40.01.01	2021	1 (3,5%)	16 (57,3%)	10(35,7%)	1 (3,5%)	28
2	40.01.02	2021	3 (10%)	16 (53,3%)	9 (30%)	2(6,7%)	30
3	40.01.01	2022	1(3,5%)	6 (21,5%)	14 (50%)	7 (25%)	27
4	40.01.02	2022	1(3,22%)	6 (19,35%)	15(48,4%)	9 (29,03%)	31



Рис. 12. Процентное отношения баллов у студентов

В ходе обучения и сдачи самостоятельных работ у студентов наблюдался следующие результаты, которые показаны на (рис. 12). Все студенты получили хорошие отметки в интервале 25% — 29%, по сравнению с применением новой версией компьютерной программы Maple. Уровень изучения дисциплины студентов изменился в положительную сторону, т.к. тематика и версия программы изменились, интерес студентов к изучению предмета повы-

сился. Почти все студенты начали посещать лекционные и практические занятия. Сдача лабораторных работ и самостоятельных работ стала более качественной, по сравнению с предыдущими годами обучения.

Естественно, повышение наглядности учебного материала, в том числе с применением компьютерной программы *Maple 18*, зависит от преподавания предмета и от творческого подхода преподавателя.

Таким образом, именно от преподавателя зависит эффективность обучения, качество выполнения самостоятельных и исследовательских работ студентов.

Таким образом, цель исследования повышения эффективности при внедрении компьютерной математики или моделирование в обучении высшей математики и развития способностей студентов в учебном процессе на базе выше перечисленных курсов, по нашему мнению, достигнута. Доказана эффективность применения компьютерного моделирования в процессе обучения высшей математики. Также использование уровневой дифференциации студентов повышает эффективность знаний студентов в учебном процессе, положительно влияет на их способность.

Внедрение общего обсуждения результатов закрепляет полученные знания и умения. Изучение курса при использовании компьютерного моделирования дало положительный эффект. Введение учебно-исследовательской и компьютерной программы *Maple 18* в лекционные, практические и самостоятельные работы оказало положительное влияние на освоение всех предусмотренных компетенций.

ВЫВОДЫ. Использование компьютерного моделирования, т.е. компьютерной программы *Maple 18* по высшей математике позволило повысить эффективность изучения курса и дает возможность студентам повышать качество исследовательских и научных работ. Подобный способ проведения занятий с применением компьютерной программы в том числе программы *Maple 18* активизирует студентов при восприятии информации и способствует расширенному пониманию материала на занятиях.

Основные положения научной работы:

- обоснована важность использования компьютерного моделирования *Maple 18* на занятиях высшей математики для повышения эффективности процесса обучения;
- рассмотрены примеры и задачи самостоятельных работ и их методы решения с использованием компьютерного моделирования *Maple 18*, которые можно разобрать на занятиях высшей математики со студентами технических вузов инженерных специальностей;
- рассмотрены примеры с решением стремя уровнями сложности, от простых до сложных типов, с использованием компьютерной программы *Maple 18*, и их применение в различных областях науки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Варфоломеев В.И. Алгоритмическое моделирование элементов экономических систем. М.: Финансы и статистика, 2000.
2. Вархушева И.А. Формирование математической направленности студентов технического вуза в процессе профессиональной подготовки. дис. . канд. пед. наук / И.А. Вархушева, Магнитогорск, 2021. 198 с.
3. Гаджинский А.М. Логистика: Учебник для высших и средних специальных учебных заведений. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Информационно — внедренческий центр «Маркетинг», 2000.
4. Горшков А.Ф. Компьютерное моделирование менеджмента: учебник / А.Ф. Горшков, Б.В. Евтеев, В.А. Коршунов и др. // Под общ. ред. Н.П. Тихомирова. 2 -е изд., перераб. и дополн. — М.: Изд. «Экзамен», 2007. с. 622.
5. Дьяконов В. Maple 6: Учебный курс. Спб.: Питер, 2001. 608 с.

6. Игнатъев Ю.Г. Математическое и компьютерное моделирование фундаментальных объектов и явлений в системе компьютерной математики Maple Лекция для школы по математическому моделированию. 2014. 298с.
7. Кадочников М.В. Модели, алгоритмы и программное обеспечение систем управления мехатронно — модульными работами с адаптивной кинематической структурой. автореф. дис.. канд. пед. наук / М.В. Кадочников. 2009. 19 с.
8. Королев А.Л., Паршукова Н.Б. Мультимедийное обучение и компьютерное моделирование как способы повышения эффективности преподавания в вузе / А. Л. Королев, Н. Б. Паршукова // Вестник Южно-Уральского государственного гуманитарно-педагогического университета, № 2, 2022, с. 114-140.
9. Кофман А., Анри — Лабордер А. Методы и модели исследования операция. Целочисленное программирование. М.: Мир, 1977.
10. Партыка Т.Л., Попов И.И. Математические методы: Учебник. М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2005. 464 С.: ил. (Профессиональное образование).
11. Перминов Е.А., Тестов В.А. Методология моделирования как основа реализации междисциплинарного подхода в подготовке студентов педагогических направлений // Образование и наука. 2020. Т. 22, № 6. С. 9-30.
12. Рахимов А.А., Мирзоев Д.Н., Бободжонова Н.О. Использование программ Mathcad и Multisim в процессе обучения математической модели сложной функции электрических цепей по предмету математика для инженеров/ А.А. Рахимов, Д.Н. Мирзоев, Н.О. Бободжонова // Вестник Таджикского национального университета. Серия: Педагогика. 2021. № 5. С. 282-290.
13. Симонова И.Н. Формирование и развитие профессиональной компетентности студентов в условиях информационно — экологической образовательной среды технического вуза: моногр. // И.Н. Симонова. — Пенза: ПГУАС, 2014. 120 с.
14. Слепцова М.А. Педагогическая концепция организации электронного обучения в вузе. автореф. дис.. док. пед. наук / М.А. Слепцова. 2021. 48 с.
15. Тарсаевич Ю.Ю. Математическое и компьютерное моделирование. Вводный курс: Учебное пособие. Изд. 2, испрв. М.: Едиториал УРСС, 2002. 144 с.
16. Черненко В.Д. Высшая математика в примерах и задачах: Учебное пособие для вузов. В 3 т.: Т. 2. Спб.: Политехника, 2003. 447 с.
17. Рахимов А.А., Исмоилова С.К. Методика истифодабарии барномаи компютери MAPLE 18 хангоми омӯзиши мавзӯи таҳлили математикӣ дар курси математикаи олии барои муҳандисон дар донишгоҳҳои олии техникӣ // Паёми Донишгоҳи миллии Тоҷикистон (Маҷалаи илмӣ). Душанбе, 2021. № 7. С. 268-277.

REFERENCES

1. Varfolomeev V.I. *Algoritmicheskoe modelirovanie elementov ekonomicheskikh sistem* [Algorithmic modeling of elements of economic systems]. М.: Финанси и статистика, 2000. (In Russian).
2. Varhusheva I.A. *Formirovanie matematicheskoy napravlenosti studentov tehnikeskogo vuza v protsesse professionalnoy podgotovki* [Formation of the mathematical orientation of students of a technical university in the process of professional training.] dis. . kand. ped. nauk / I.A. Varhusheva, Magnitogorsk, 2021. 198 s. (In Russian).
3. Gajinskiy A.M. *Logistika* [Logistics]. Uchebnik dlya visshih i srednih spetsialnih uchebnykh zavedeniy. 3-e izd. Pererab. i dop. М.: Информационно — вневренческий центр «Marketing», 2000. (In Russian).
4. Gorshkov A.F. *Kompjuternoe modelirovanie menejmenta* [Computer simulation of management]: uchebnik / A.F. Gorshkov, B.V. Evteev, V.A. Korshunov i dr. // Pod obsh. red. N.P. Tihomirova. 2 -e izd., pererab. i dopoln. М.: Izd. «Egzamen», 2007. 622. (In Russian).
5. Dyakonov V. *Maple 6: [Maple 6:]*. Uchebny kurs. Spb.: Piter, 2001. 608 s. (In Russian).

6. Ignatev JU. G. *Matematicheskoe i kompjuternoe modelirovanie fundamentalnih obektov i yavleniy v sisteme kompjuternoy matematiki Maple Lektsiya dlya shkoli po matematicheskomu modelirovaniju*. [Mathematical and computer modeling of fundamental objects and phenomena in the Maple computer mathematics system Lecture for school on mathematical modeling]. 2014. 298s. (In Russian).
7. Kadochnikov M.V. *Modeli, algoritmi i programmnoe obespechenie sistem upravleniya mehatronno–modulnimi rabotami s adaptivnoy kinematicheskoy strukturoy* [Models, algorithms and software for control systems for mechatronic-modular operations with an adaptive kinematic structure.]. Avtoref. dis.. kand. ped. nauk / M.V. Kadochnikov. 2009. 19 s. (In Russian).
8. Korolev A.L., Parshukova N.B. *Multimediynoe obuchenie i kompjuternoe modelirovanie kak sposobi povisheniya effektivnosti prepodavaniya v vuze* [Multimedia learning and computer modeling as ways to improve the effectiveness of teaching at the university] / A.L. Korolev, N.B. Parshukova // Vestnik JUjno-Uralskogo gosudarstvennogo gumanitarno-pedagogicheskogo universiteta, № 2, 2022, S.114–140. (In Russian).
9. Kofman A., Anri — Laborder A. *Metodi i modeli issledovaniya operatsiya. Selochislennoe programirovanie* [Methods and models of research operation. Integer programming]. M.: Mir, 1977. (In Russian).
10. Partika T.L., Popov I.I. *Matematicheskie metodi* [Mathematical methods]: M.: FORUM: INFRA-M, 2005. 464 S.: il. (Professionalnoe obrazovanie). (In Russian).
11. Perminov E.A., Testov V.A. *Metodologiya modelirovaniya kak osnova realizatsii mejdistisciplinarnogo podhoda v podgotovke studentov pedagogicheskikh napravleniy* [Modeling methodology as the basis for the implementation of an interdisciplinary approach in the preparation of students in pedagogical areas] // Obrazovanie i nauka. 2020. T. 22, № 6. S. 9–30. (In Russian).
12. Rahimov A.A., Mirzoev D.N., Bobojonova N.O. *Ispolzovanie programm Mathcad i Multisim v protsesse obucheniya matematicheskoy modeli slojnoj funktsii elektricheskikh sepey po predmetu matematika dlya injenerov* [The use of Mathcad and Multisim programs in the process of teaching a mathematical model of a complex function of electrical circuits in the subject of mathematics for engineering] / A.A. Rahimov, D.N. Mirzoev, N.O. Bobojonova // Vestnik Tajikskogo natsionalnogo universiteta. Seriya: Pedagogika. 2021. № 5. S. 282–290. (In Russian).
13. Simonova I.N. *Formirovanie i razvitie professionalnoy kompetentnosti studentov v usloviyah informatsionno — ekologicheskoy obrazovatelnoy sredi tehnikeskogo vuza* [Formation and development of professional competence of students in the conditions of information and environmental educational environment of a technical university]: monogr. // I.N. Simonova. Penza: PGUAS, 2014. 120 s. (In Russian).
14. Sleptsova M.A. *Pedagogicheskaya kontseptsiya organizatsii elektronnoy obucheniya v vuze*. [The pedagogical concept of the organization of e-learning at the university.] avtoref. dis.. dok. ped. nauk / M.A. Sleptsova. 2021. 48 s. (In Russian).
15. Tarsaevich JU. JU. *Matematicheskoe i kompjuternoe modelirovanie*. [Mathematical and computer modeling. introductory course] Vvodniy kurs: Uchebnoe posobie. Izd. 2, isprv. — M.: Editorial URSS, 2002. 144 s. (In Russian).
16. Chernenko V.D. *Visshaya matematika v primerah i zadachah* [Higher mathematics in examples and tasks]: Uchebnoe posobie dlya vuzov. V 3 t.: T.2. Spb.: Politehnika, 2003. 447 s. (In Russian).
17. Rahimov A.A., Ismoilova S.K. *Methodology for using the computer program MAPLE 18 in the study of the subject of mathematical analysis in the course of higher mathematics for engineers of higher technical universities* // Payomi Donishgohi millii Tojikiston (Majalal ilmi). Dushanbe, 2021. № 7. S. 268–277. (In Tajik).